

# 基幹物理学 II: 量子力学序論, 発展史

野村 清英

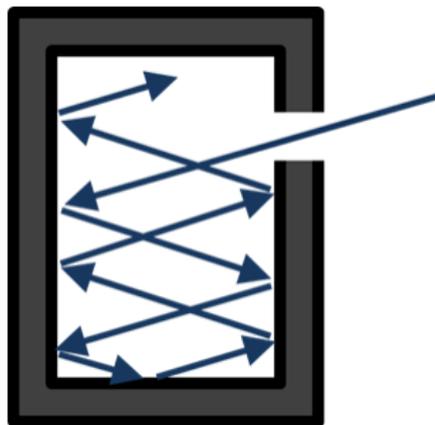
九州大学 理学部物理

April 21, 2015

# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

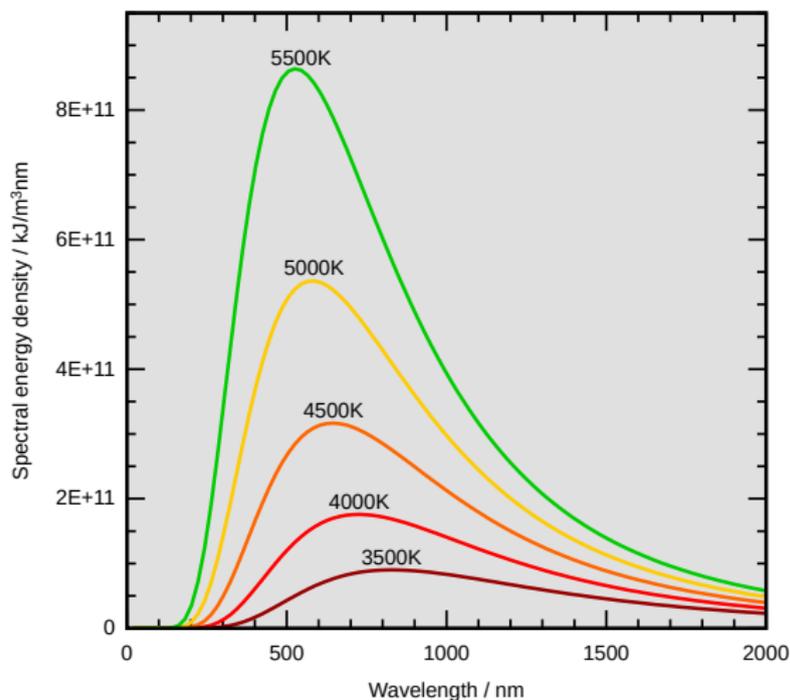
黒体：外部から入射する電磁波を、あらゆる波長にわたって完全に吸収し、また熱放射できる物体

空洞放射：理想的な黒体放射にもっとも近い，工業的にも重要



# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

空洞放射のスペクトルは温度のみに依存



# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

- ▶ レーリー・ジーンズの公式 (1900,1905)  
長波長側では実験と合うが，短波長側でダメ（発散）．  
（古典電磁気学 + 統計力学（エネルギー等分配則））
- ▶ ウィーンの法則 (1896)  
短波長側では実験と合うが，長波長側でダメ  
（電磁気学を無視，光を純粹に粒子として扱っている．）
- ▶ プランクの公式 (1900)  
当初は両方をつなげたもの．試行錯誤．実験結果を極めて良く再現する．

# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

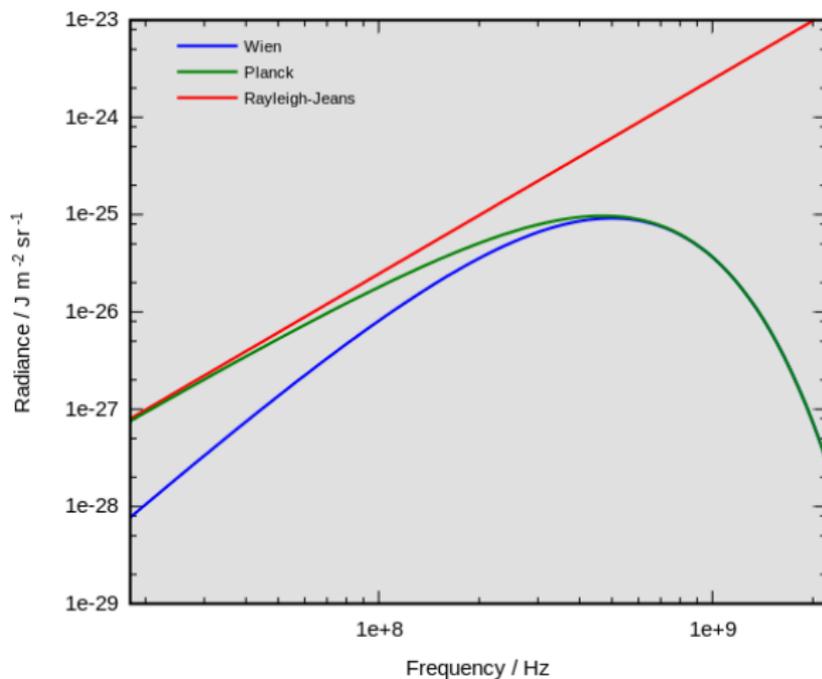


Figure: 各スペクトルの両対数グラフ

# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

- ▶ Rayleigh-Jeans の公式

$$U(\nu) = \frac{8\pi k_B T}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (1)$$

- ▶ Wien の公式

$$U(\nu) = \frac{8\pi k_B \beta}{c^3} \exp(-\beta\nu/T) \nu^3 d\nu \quad (2)$$

- ▶ Planck の公式

$$U(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \nu^3 d\nu \quad (3)$$

$\nu$  : 電磁波の振動数 ,

$h$  : プランク定数 ( $6.62606957(29) \times 10^{-34} \text{m}^2\text{kg/s}$ )

$k_B$  : ボルツマン定数 ( $1.3806488(13) \times 10^{-23} \text{m}^2\text{kg s}^{-2}\text{K}^{-1}$ )

# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

プランクは公式の発見後，その意味を考え（不眠不休の数週間），光（電磁波）のエネルギーが

$$E = nh\nu (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

と量子化されることに気づいた（等比級数の和）

# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

プランクは公式の発見後，その意味を考え（不眠不休の数週間），光（電磁波）のエネルギーが

$$E = nh\nu (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

と量子化されることに気づいた（等比級数の和）

量子力学の誕生！

# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

プランクは公式の発見後，その意味を考え（不眠不休の数週間），光（電磁波）のエネルギーが

$$E = nh\nu (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

と量子化されることに気づいた（等比級数の和）

量子力学の誕生！

数年間はその重要性が，物理学者の間でもわからなかった．

# 黒体放射（空洞放射）とプランクの法則

プランクは公式の発見後，その意味を考え（不眠不休の数週間），光（電磁波）のエネルギーが

$$E = nh\nu (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

と量子化されることに気づいた（等比級数の和）

量子力学の誕生！

数年間はその重要性が，物理学者の間でもわからなかった．  
アインシュタインの光電効果の論文（1905）

# 気体の比熱

	等積比熱 $c_v$	$c_v/R$
He	12.47	1.50
Ne	12.47	1.50
Ar	12.47	1.50
H <sub>2</sub>	20.5	2.47
N <sub>2</sub>	20.8	2.50
O <sub>2</sub>	21.0	2.53
CO	20.7	2.49

単位 ( $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )

気体定数  $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$

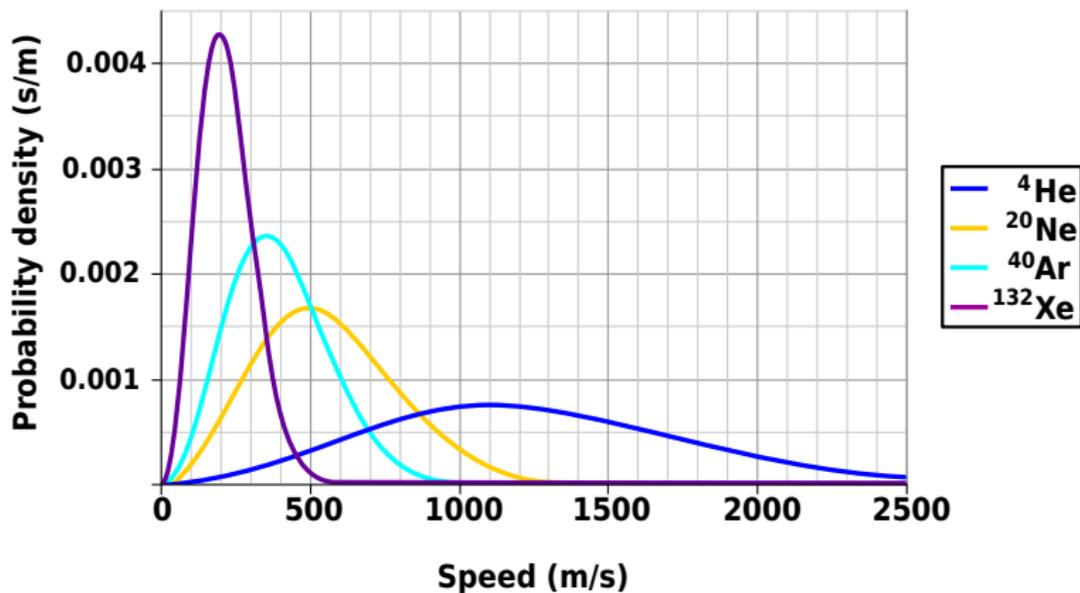
# 気体の比熱 気体の分子運動論

単原子気体の分子運動 (動画)

# 気体の比熱 気体の分子運動論

Maxwell-Boltzmann 分布

Maxwell-Boltzmann Molecular Speed Distribution for Noble Gases



# 気体の比熱 気体の分子運動論

Maxwell-Boltzmann 分布の分布関数  
速度ベクトルの成分を  $(v_x, v_y, v_z)$  とすると

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2k_B T} \right) \quad (5)$$

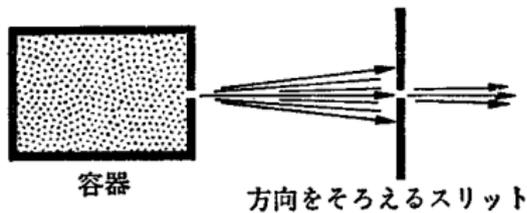
(正規分布)

分子の速さ  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$  についての分布関数は，上の式を  
極座標表示して，方向について積分して

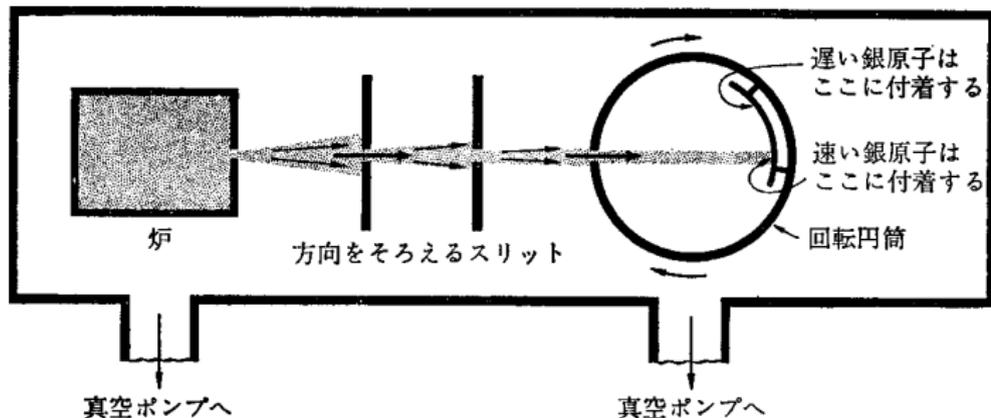
$$f(v) = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} 4\pi v^2 \exp \left( -\frac{mv^2}{2k_B T} \right) \quad (6)$$

# 気体の比熱 気体の分子運動論

## 気体の速度分布の測定法



容器にあけた小孔を通して飛び出す分子による分子線の生成

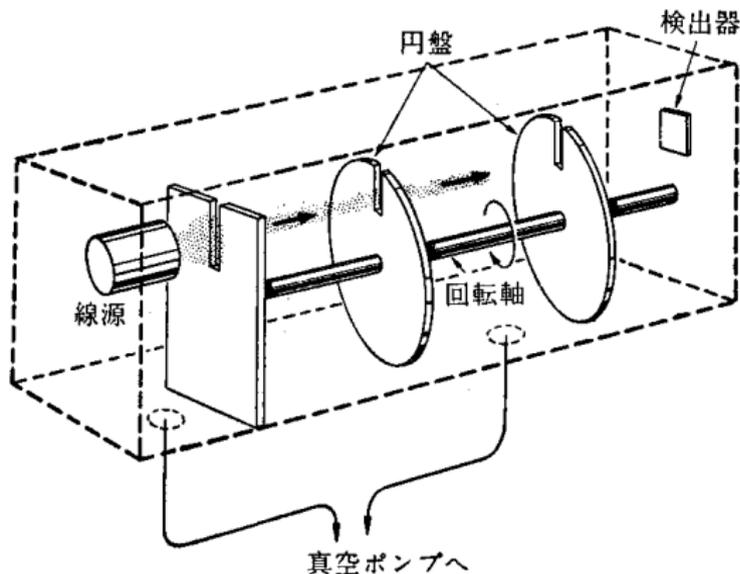


銀 (Ag) 原子の速度分布を調べるための分子線装置。銀原子は衝突して円筒表面に付着する。

パークレー物理学コース5「統計物理学(下)」丸善(1970) P268 より

# 気体の比熱 気体の分子運動論

## 気体の速度分布の測定法



速度選別器によって分子の速度分布を調べるための分子線装置。分子線が二番目の円盤に到達する間に、この円盤にあけた溝は分子線が通過できないような位置にふつうは移動してしまっている。ただ一つの例外は、分子が二つの円盤の間を通過する時間内に、円盤が1回転(または整数回の回転)をする場合である(2枚以上の同じような円盤を、同じ軸に沿って取り付ければ、もっと有効な速度選別器になる)。

# 気体の比熱

(相互作用の無視できる) 古典理想気体の定積モル比熱

- ▶ 単原子分子 (He, Ne, Ar, Kr, Xe)

$$c_v = \frac{3}{2}R \quad (7)$$

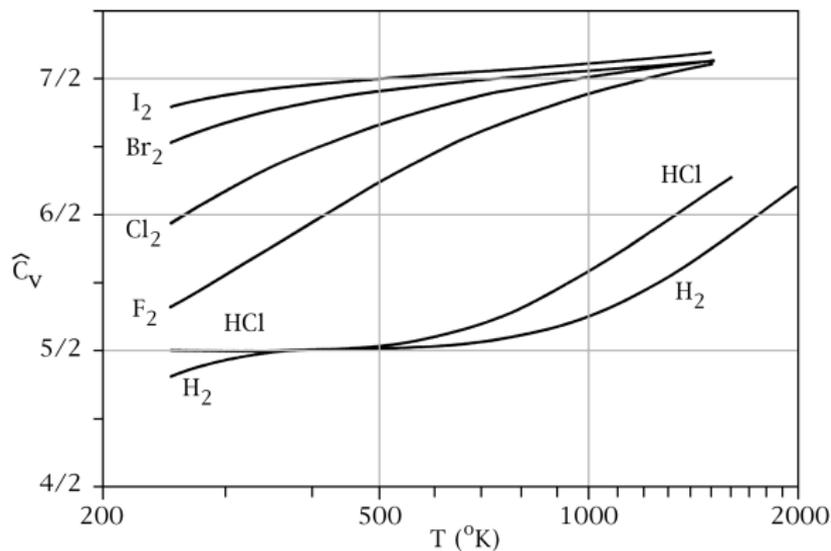
- ▶ 2原子分子 ( $\text{H}_2, \text{N}_2, \text{O}_2, \text{F}_2, \text{Cl}_2, \text{B}_2, \text{I}_2, \text{HCl}, \text{CO}$ )

$$c_v = \frac{5}{2}R \quad (8)$$

エネルギー等分配則

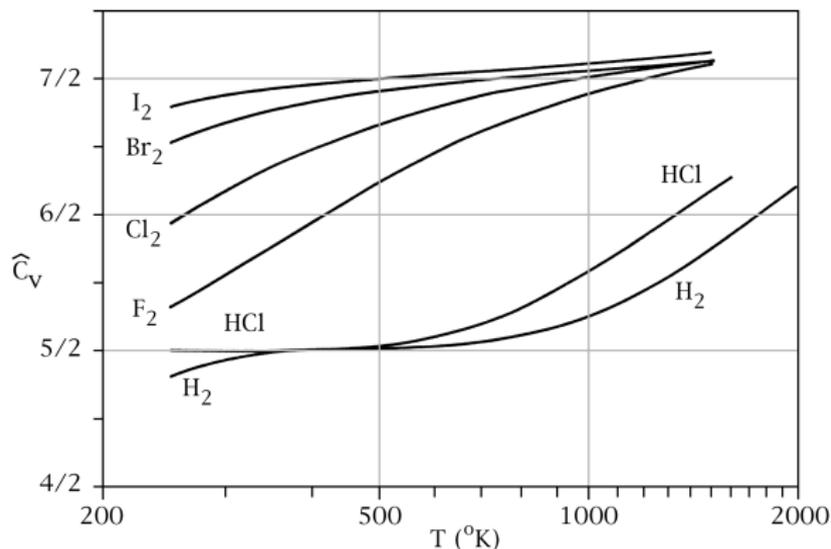
# 気体の比熱

## 実在の 2 原子分子気体の比熱の温度変化



# 気体の比熱

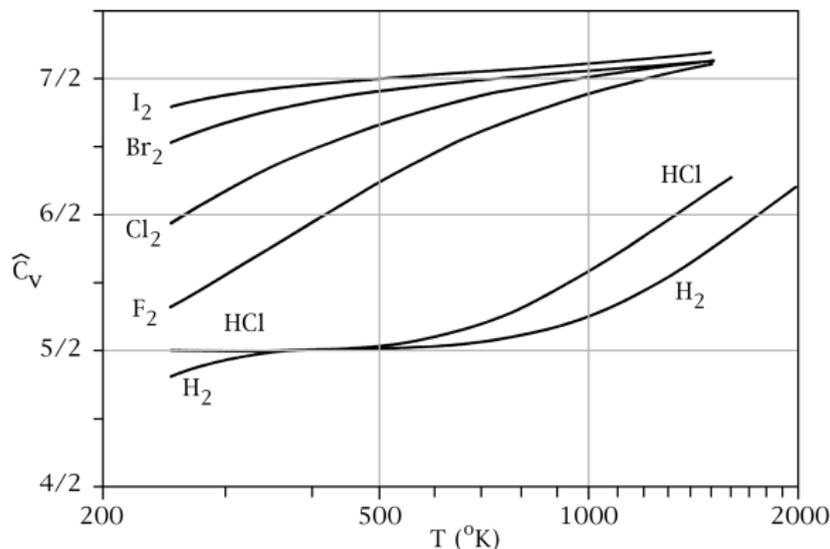
実在の2原子分子気体の比熱の温度変化



単純なエネルギー等分配則からズレ.

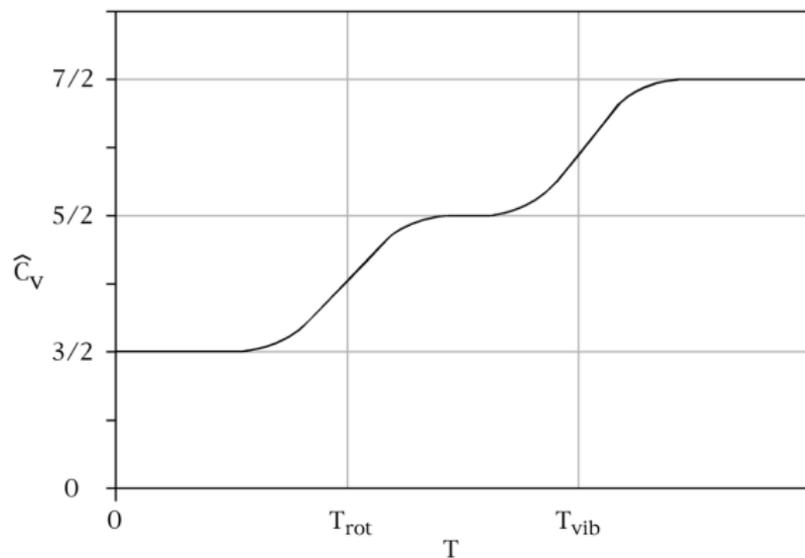
# 気体の比熱

実在の 2 原子分子気体の比熱の温度変化



単純なエネルギー等分配則からズレ．量子効果

# 気体の比熱



回転の量子化  $T_{rot}$

振動の量子化  $T_{vib}$

# 気体の比熱: 回転, 振動の量子化

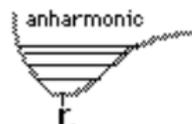
## 回転, 振動の量子化

$$E_{v,J} = \underbrace{hc\omega_e(v+\frac{1}{2}) - hc\omega_e x_e(v+\frac{1}{2})^2}_{\text{vibration terms}} + \underbrace{hcB_e J(J+1) - hcD_e J^2(J+1)^2}_{\text{rotation terms}} - \underbrace{hc\alpha_e(v+\frac{1}{2})J(J+1)}_{\text{vibration-rotation effect}}$$

  
Rigid rotor term

  
Centrifugal stretching term

$\alpha_e$  negative harmonic   
 $\langle \frac{1}{r^2} \rangle < \frac{1}{r_e^2}$

$\alpha_e$  positive anharmonic   
 $\langle \frac{1}{r^2} \rangle > \frac{1}{r_e^2}$

## 気体の比熱, 振動-回転スペクトル

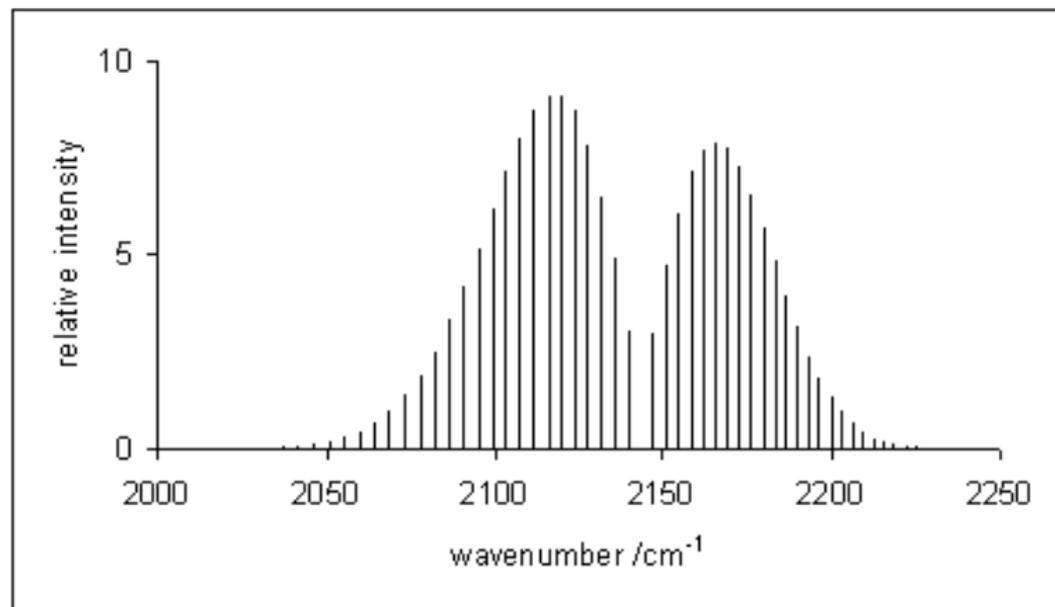


Figure: 一酸化炭素分子の振動-回転スペクトル

# 固体のモル比熱

元素の固体のモル比熱

	等積比熱 $c_v$	$c_v/R$
Al	24.2	2.91
Cu	24.47	2.94
Fe	25.10	3.02
Sn	27.11	3.26
Ti	26.06	3.13
W	24.8	2.98
Zn	25.2	3.03

単位 ( $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )

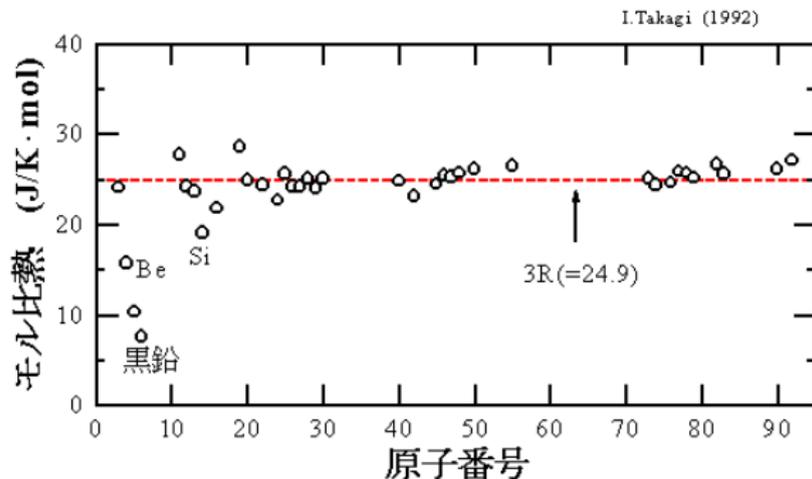
気体定数  $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$

# Dulong Petit の法則

固体元素の定積モル比熱

$$c_v = 3R \quad (9)$$

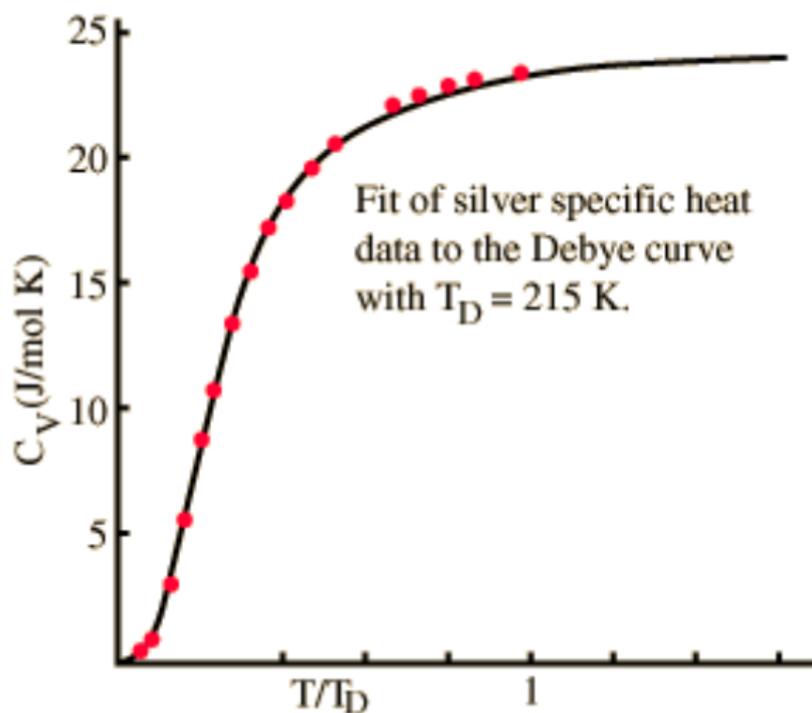
Dulong, Petit(1819)



多くの固体では Dulong-Petit 則が成り立っている (例外, Be, B, C)

## 固体比熱の温度変化

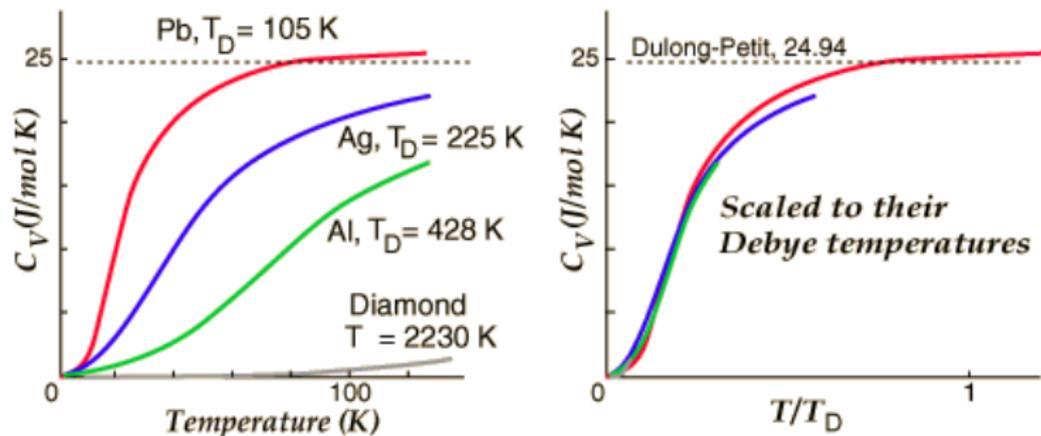
銀 1 モルの比熱の温度変化 (低温では Dulong-Petit 則からのズレ)



低温での量子効果 (振動の量子化)

# 固体比熱の温度変化

様々な元素の比熱の温度変化



特徴的なエネルギー（デバイ温度  $T_D$ ）で換算すると比熱曲線が重なる。

# 格子振動 (フォノン)

## 1次元格子の振動の動画

# 格子振動 (フォノン)

1次元格子の振動の動画  
格子振動の量子化 = フォノン

# 格子振動 (フォノン)

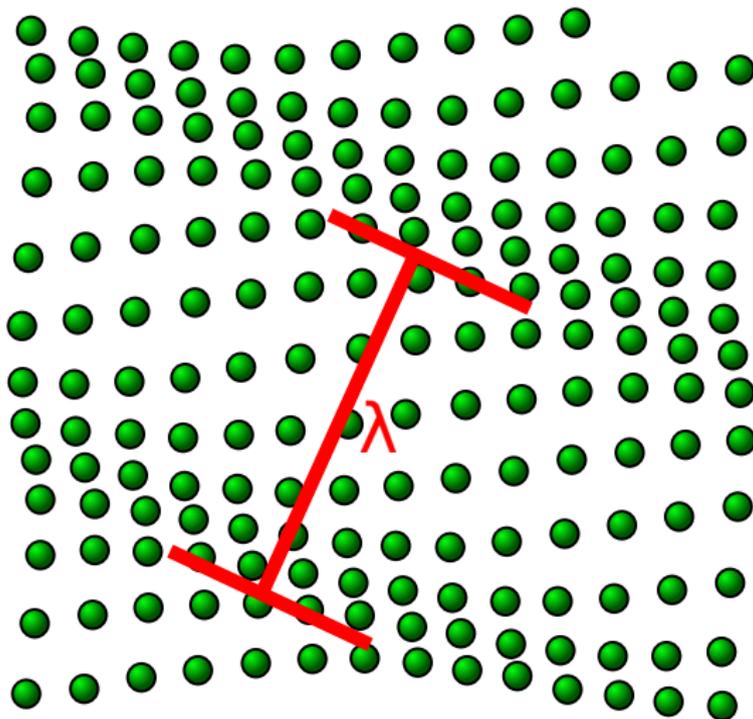


Figure: 正方格子を伝搬するフォノン

## 自然放射，誘導放射

アインシュタイン (1916,7) 「放射の量子論」

原子が不連続なスペクトル (エネルギー準位)

基底状態 (最低エネルギー) と励起状態

- ▶ 光を吸収，基底状態  $\rightarrow$  励起状態
- ▶ 逆に 励起状態  $\rightarrow$  基底状態
  - ▶ 自然放射
  - ▶ 誘導放射

入射した光子の刺激で励起状態  $\rightarrow$  基底状態 .

初め 1 個あった光子が 2 個 (同じエネルギー，運動量)

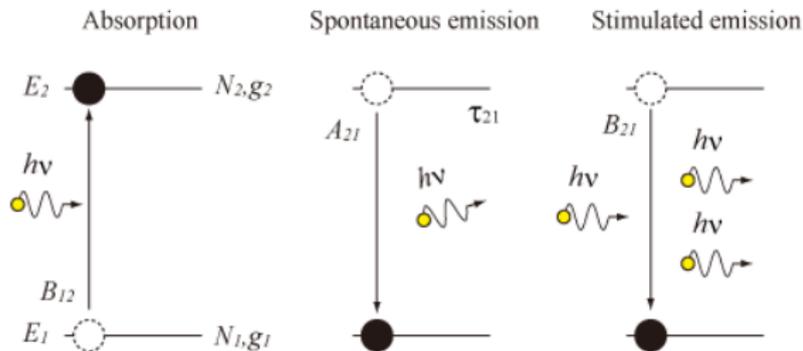
## 自然放射，誘導放射

アインシュタイン (1916,7) 「放射の量子論」  
原子が不連続なスペクトル (エネルギー準位)  
基底状態 (最低エネルギー) と励起状態

- ▶ 光を吸収，基底状態  $\rightarrow$  励起状態
- ▶ 逆に 励起状態  $\rightarrow$  基底状態
  - ▶ 自然放射
  - ▶ 誘導放射

入射した光子の刺激で励起状態  $\rightarrow$  基底状態 .

初め 1 個あった光子が 2 個 (同じエネルギー，運動量)



## 自然放射，誘導放射

- ▶ 1917 年

プランクの公式と辻褃を合わせるには，吸収と自然放射だけでなく誘導放射が必要（アインシュタインの B 係数）。

## 自然放射，誘導放射

- ▶ 1917 年  
プランクの公式と辻褃を合わせるには，吸収と自然放射だけでなく誘導放射が必要（アインシュタインの B 係数）。
- ▶ 1928 年  
Rudolf W. Ladenburg は誘導放出および負の吸収という現象が存在することを確認した。

## 自然放射，誘導放射

- ▶ 1917 年  
プランクの公式と辻褃を合わせるには，吸収と自然放射だけでなく誘導放射が必要（アインシュタインの B 係数）。
- ▶ 1928 年  
Rudolf W. Ladenburg は誘導放出および負の吸収という現象が存在することを確認した。
- ▶ 1939 年  
Valentin A. Fabrikant は誘導放出を使って「短い」波長を増幅できる可能性を予言した

## 自然放射，誘導放射

- ▶ 1917 年  
プランクの公式と辻褃を合わせるには，吸収と自然放射だけでなく誘導放射が必要（アインシュタインの B 係数）。
- ▶ 1928 年  
Rudolf W. Ladenburg は誘導放出および負の吸収という現象が存在することを確認した。
- ▶ 1939 年  
Valentin A. Fabrikant は誘導放出を使って「短い」波長を増幅できる可能性を予言した
- ▶ 1947 年  
ウィリス・ラムと R. C. Retherford は水素スペクトルに明らかな誘導放出を発見し、誘導放出について世界初のデモンストラレーション

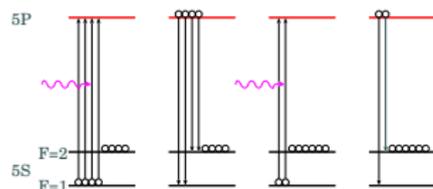
## 自然放射，誘導放射

- ▶ 1917 年  
プランクの公式と辻褃を合わせるには，吸収と自然放射だけでなく誘導放射が必要（アインシュタインの B 係数）。
- ▶ 1928 年  
Rudolf W. Ladenburg は誘導放出および負の吸収という現象が存在することを確認した。
- ▶ 1939 年  
Valentin A. Fabrikant は誘導放出を使って「短い」波長を増幅できる可能性を予言した
- ▶ 1947 年  
ウィリス・ラムと R. C. Retherford は水素スペクトルに明らかな誘導放出を発見し、誘導放出について世界初のデモンストラーション
- ▶ 1950 年  
アルフレッド・カストレル（1966 年ノーベル物理学賞受賞）は光ポンピング法を提案し、数年後に Brossel、Winter と共に実験で確認

# 誘導放射とレーザー

反転分布 (励起状態の方が数が多い) → 誘導放射の連鎖反応, 増幅 → レーザー

## ▶ 光ポンピング



ルビーレーザー, YAG レーザー

## ▶ 半導体レーザー

半導体の pn 接合領域の両端から電子と正孔を加え、再結合で光子放出

## ▶ 放電による励起

炭酸ガスレーザー, ヘリウムネオンレーザー