

基幹物理学 II: 量子力学序論

野村 清英

九州大学 理学部物理

May 10, 2016

量子力学

- ▶ 量子力学：電子，原子や光（電磁波）を扱う学問、
- ▶ 太陽電池，超伝導，レーザーなどに応用.

量子力学

- ▶ 量子力学：電子，原子や光（電磁波）を扱う学問、
- ▶ 太陽電池，超伝導，レーザーなどに応用．
- ▶ 量子力学：「粒子と波動の２重性」

量子力学

- ▶ 量子力学：電子，原子や光（電磁波）を扱う学問、
- ▶ 太陽電池，超伝導，レーザーなどに応用.
- ▶ 量子力学：「粒子と波動の2重性」
 - ▶ 光（電磁波）
 - ▶ 波動性
干渉，回折，偏光
 - ▶ 粒子性
光電効果，コンプトン効果

量子力学

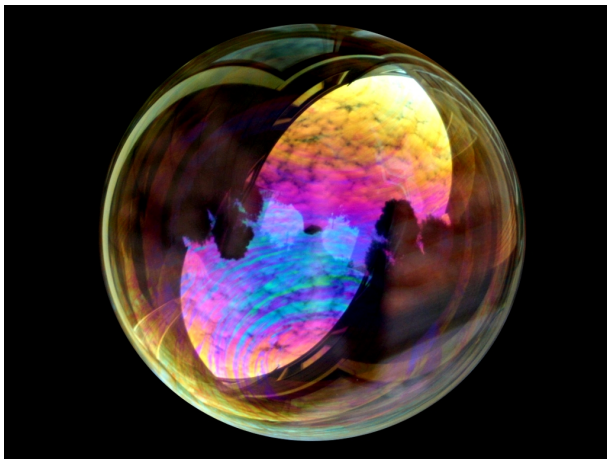
- ▶ 量子力学：電子，原子や光（電磁波）を扱う学問、
- ▶ 太陽電池，超伝導，レーザーなどに応用.
- ▶ 量子力学：「粒子と波動の2重性」
 - ▶ 光（電磁波）
 - ▶ 波動性
干渉，回折，偏光
 - ▶ 粒子性
光電効果，コンプトン効果
 - ▶ 電子
 - ▶ 粒子性
素電荷（ミリカンの実験），比電荷
 - ▶ 波動性
デイビッドソン-ガーマーの実験，菊池

量子力学

- ▶ 量子力学：電子，原子や光（電磁波）を扱う学問、
- ▶ 太陽電池，超伝導，レーザーなどに応用。
- ▶ 量子力学：「粒子と波動の2重性」
 - ▶ 光（電磁波）
 - ▶ 波動性
干渉，回折，偏光
 - ▶ 粒子性
光電効果，コンプトン効果
 - ▶ 電子
 - ▶ 粒子性
素電荷（ミリカンの実験），比電荷
 - ▶ 波動性
デイビッドソン-ガーマーの実験，菊池
- ▶ 確率解釈と観測

光の波動性： 薄膜の干渉

干渉： 複数の波の重ね合わせによって新しい波形ができること
シャボン玉を白色光でみたもの



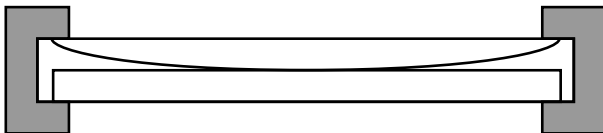
色づいて見えるのは干渉縞，膜厚と波長の関係

光の波動性：ニュートンリング

シャボン玉の干渉縞はわかりやすいが，定量性に欠ける

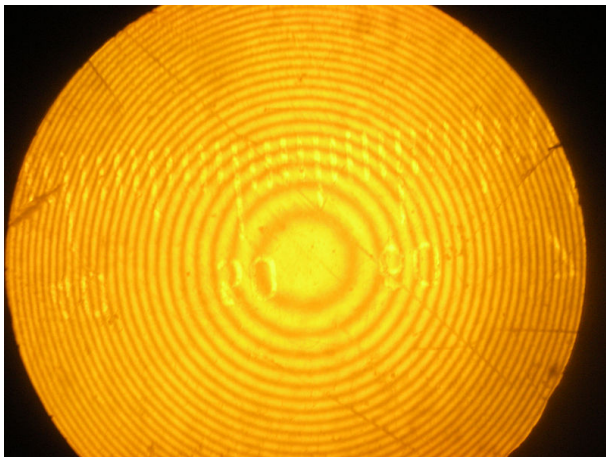
光の波動性： ニュートンリング

シャボン玉の干渉縞はわかりやすいが，定量性に欠ける
ニュートンリング
ガラスの平板の上に凸レンズ

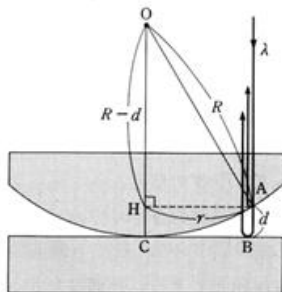


光の波動性： ニュートンリング

上から単色光を当てると，同心円状の明暗の縞模様が見える．



光の波動性： ニュートンリング



R : レンズの曲率半径

d : レンズと平面ガラスとの垂直方向の間隔

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2 \quad (1)$$

$$\therefore r^2 = 2Rd \left(1 - \frac{d}{2R}\right) \approx 2Rd \quad (\because d \ll R) \quad (2)$$

光の波動性： ニュートンリング

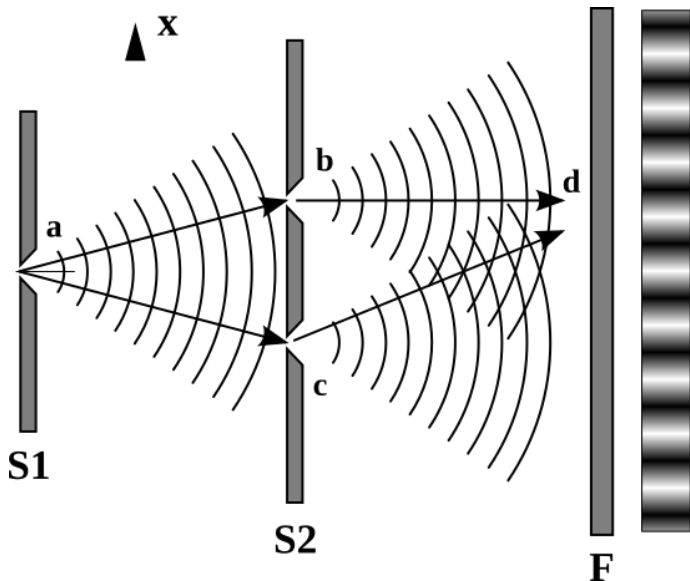
λ : 光の波長

レンズの下面からの反射光は位相はそのまま，平面ガラスからの反射光は位相が π (半波長分) ずれる．

経路の差 $2d$ が $m\lambda$ のとき，互いの位相が逆位相で弱め合う．
したがって，暗いリングの半径 r は

$$r = \sqrt{m\lambda R}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

光の波動性: 2重スリット



光の波動性：2重スリット

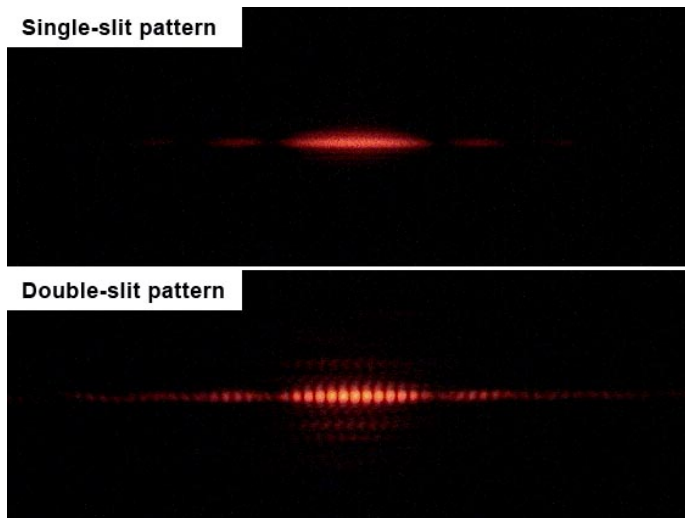


Figure: 上：1重スリット，下：2重スリット，スリットの間隔 0.7mm

光の波動性：回折

回折：波が障害物やスリットなどにぶつかった時の様々な現象
一見幾何学的には到達できないような場所にも波が伝わる。

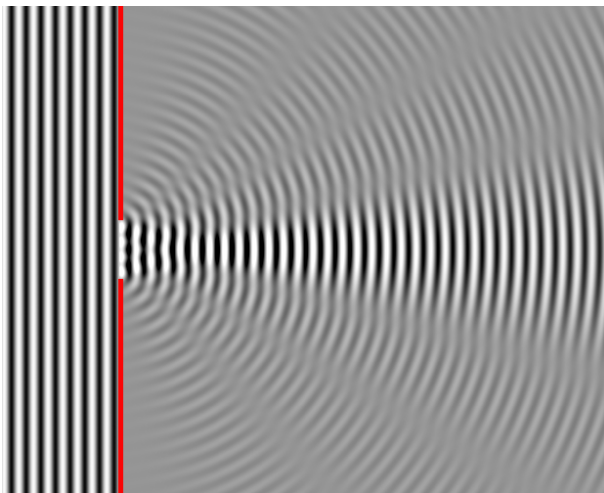


Figure: スリットの幅が波長の 4 倍の場合の波の伝搬．左側は平面波

光の波動性： 回折

スリット幅が波長の 5 倍の波の伝搬の動画

光の波動性：回折

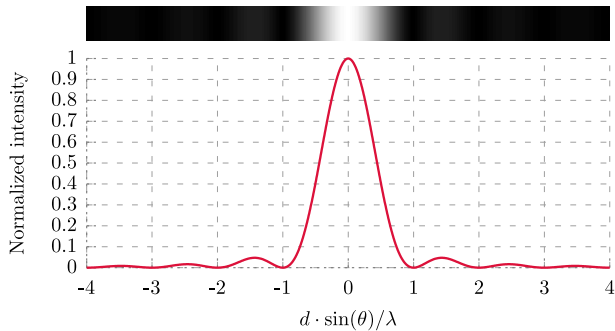
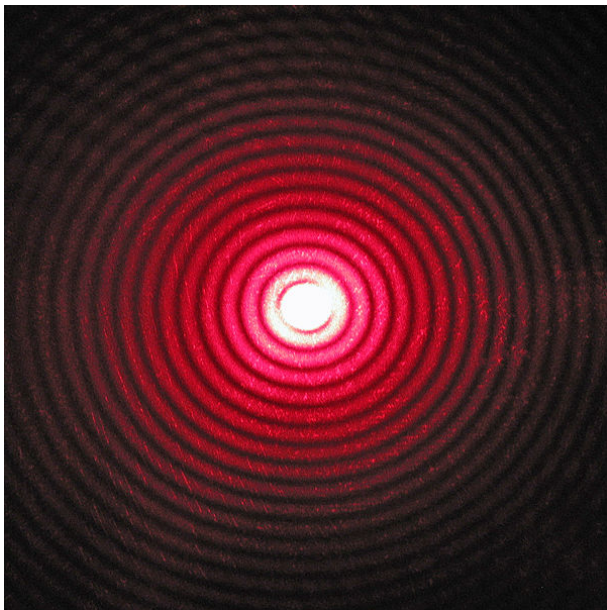
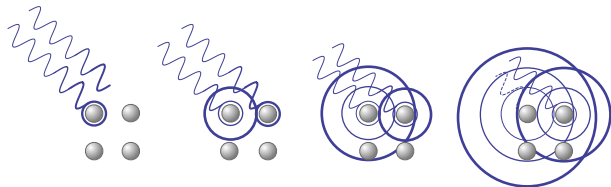


Figure:

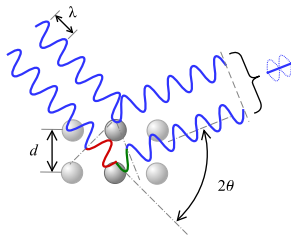
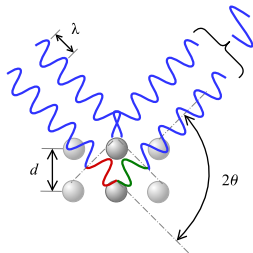
光の波動性： 回折



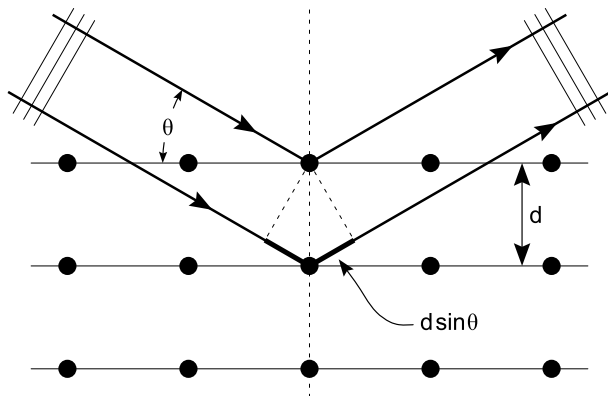
光の波動性：ブラッグの法則 (X線回折)



光の波動性：ブラッグの法則 (X 線回折)



光の波動性：ブラッグの法則 (X 線回折)



$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (4)$$

- ▶ λ : 入射 X 線の波長
- ▶ d : 格子面の間隔
- ▶ θ : 入射 X 線と格子面との角度

光の波動性：ブラッグの法則 (X 線回折)

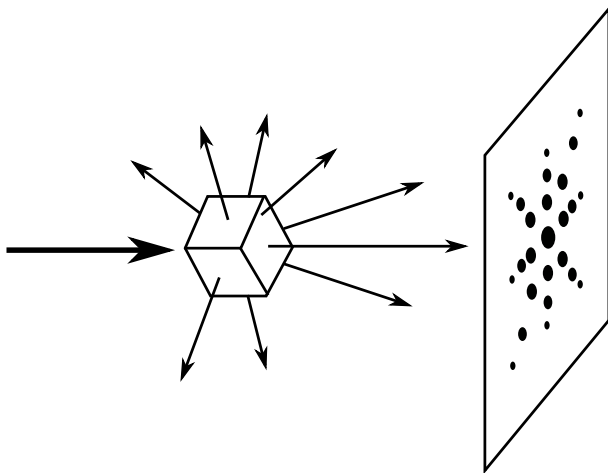


Figure: X 線を結晶に照射すると、ブラッグの法則を満たした方向にのみ X 線が回折され、結晶構造を反映したパターンが生じる。

光の波動性：ブラッグの法則 (X 線回折)



光の粒子性 - 光電効果

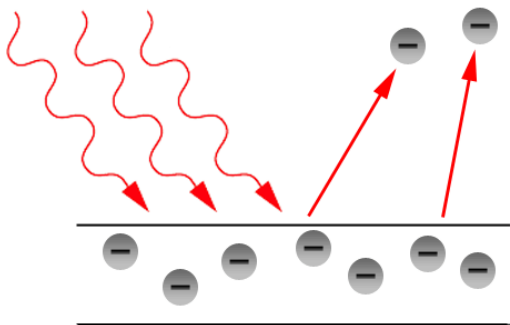
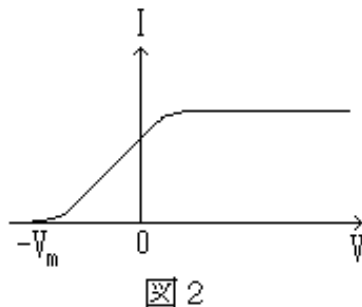
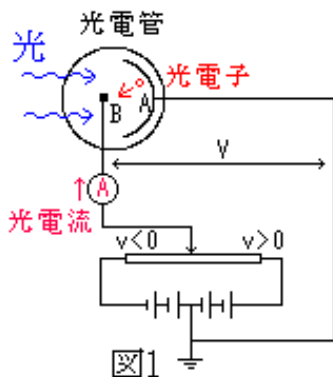


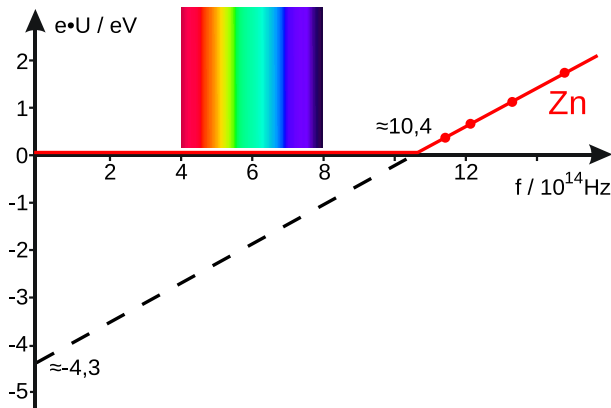
Figure: 金属などに光を照射すると電子が飛び出す

光の粒子性 - 光電効果



1. 陰極（光電面）に十分大きな振動数の光を当てると電子が飛び出し、陽極に流れ込む（光電流）。
2. 右図の横軸は2つの電極の電位差、縦軸は光電流
3. 陽極の電位を負にしても一部の電子は到達するが、十分陽極の電位が下がると到達しなくなる（阻止電圧）

光の粒子性：光電効果

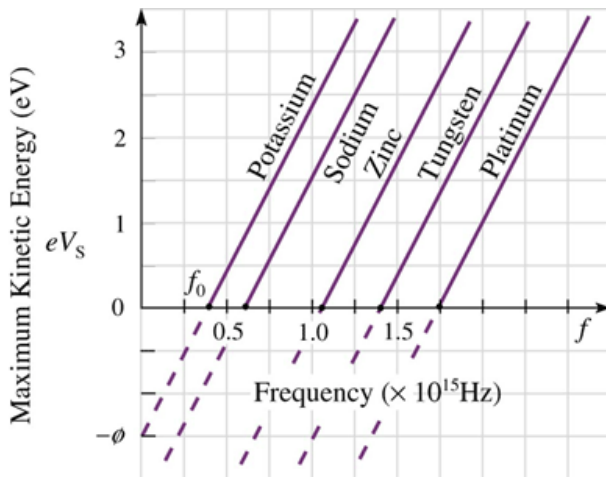


$$E = h\nu \quad (5)$$

- ▶ h : プランク定数 ($6.62606957 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg/s}$)
- ▶ ν : 電磁波の振動数

光の粒子性：光電効果

仕事関数（電子が物質内部から外に出るのに必要なエネルギー）は物質により違う．



© 2003 Thomson - Brooks/Cole

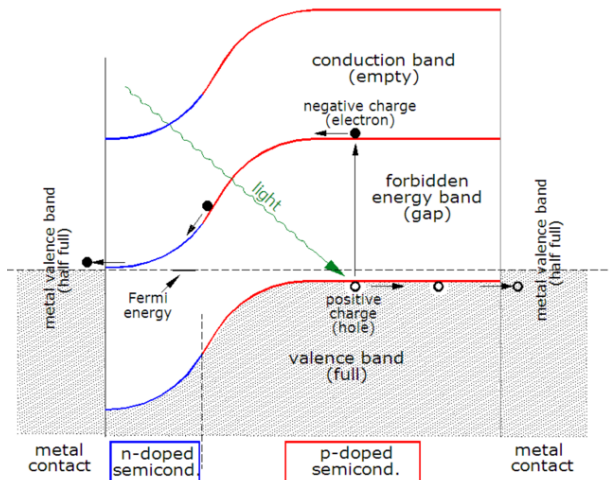
光の粒子性： 光電効果

内部光電効果

- ▶ 太陽電池
- ▶ 光センサー
- ▶ (植物の) 光合成

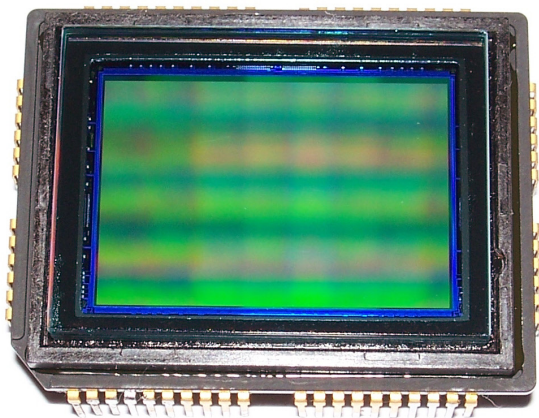
光の粒子性：光電効果

太陽電池の理論



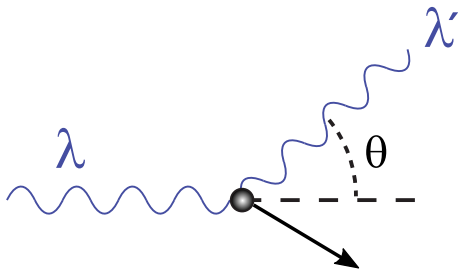
光の粒子性： 光電効果

CCD (デジタルカメラなどに使われる)



光の粒子性：コンプトン効果

X線と電子が衝突



$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (6)$$

- ▶ λ : 入射光子 (X 線) の波長, λ' : 散乱光子の波長, $\lambda' > \lambda$
- ▶ θ : 光子の散乱角度
- ▶ h : プランク定数 ($6.62606957(29) \times 10^{-34} \text{m}^2\text{kg/s}$)
- ▶ m_e : 電子の静止質量 ($9.10938291(40) \times 10^{-31} \text{kg}$)
- ▶ c : 光速度 ($2.99792458 \times 10^8 \text{m/s}$)

光の粒子性：コンプトン効果

エネルギー量子の関係式 $E = h\nu$ と，
波長 λ と振動数 ν と光速 c との関係 (電磁気学，波動)

$$c = \lambda\nu \quad (7)$$

および，電磁波のエネルギー E と運動量 p の関係 (電磁気学，ポインティングベクトル)

$$E = c|p| \quad (8)$$

から，
運動量と波長の関係は

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (9)$$

となる．

光子と電子の 2 体衝突は運動量保存則とエネルギー保存則から計算でき，実験をよく再現．

電子の粒子性：比電荷

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (10)$$

(Lorentz 力)

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (11)$$

(ニュートンの第2法則)

上記2つの式から $\mathbf{F}$ を消去すると

$$\left(\frac{m}{q}\right) \mathbf{a} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (12)$$

電子の粒子性：比電荷

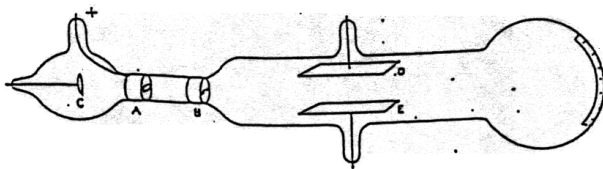


Figure: トムソンの実験装置

電子の粒子性：比電荷

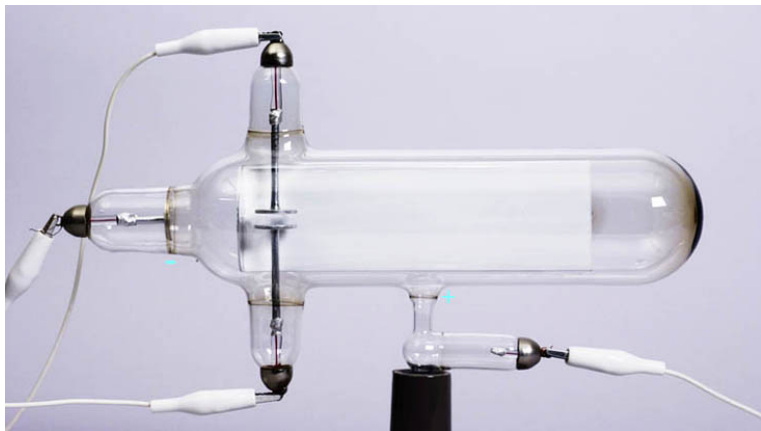


Figure: クルックス管

クルックス管 (真空放電管) で，陰極線 (電子線) を見る

電子の粒子性：比電荷

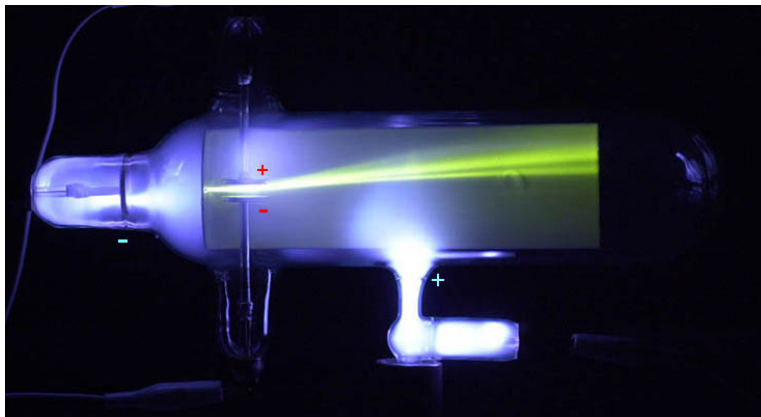


Figure: クルックス管+偏向極板

偏向極板に電圧をかけると陰極線（電子線）が偏向

電子の粒子性：比電荷

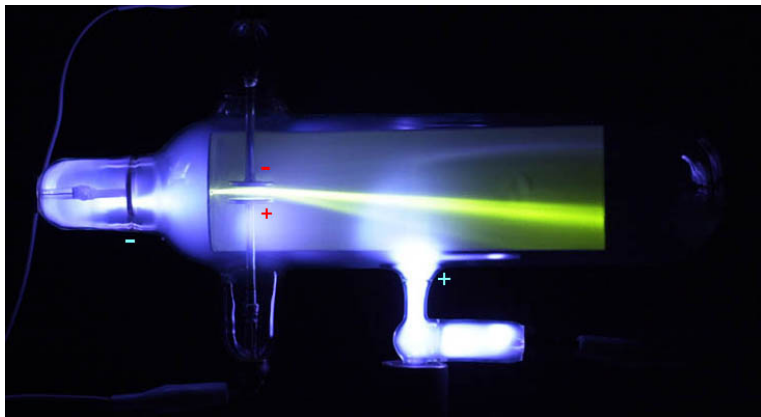


Figure: クルックス管+偏向極板

偏向極板に電圧をかけると陰極線（電子線）が偏向

電子の粒子性：比電荷



Figure: クルックス管+偏向極板

磁場によっても陰極線（電子線）が偏向

電子の粒子性：電荷

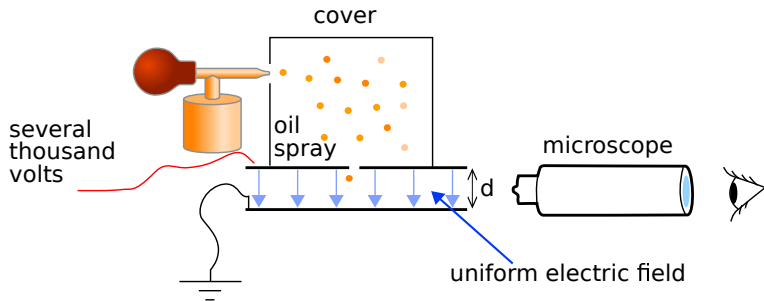
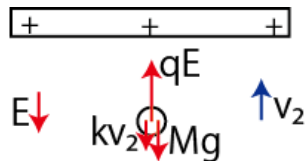
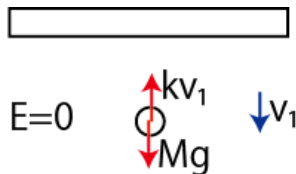


Figure: ミリカンの油滴実験装置

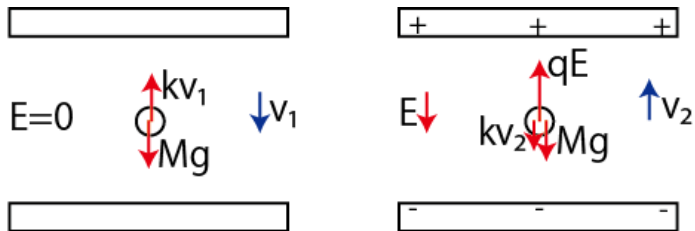
電子の粒子性：電荷



(a) 電圧をかけない場合 (b) 電圧をかけた場合

Figure: ミリカンの油滴実験装置

電子の粒子性：電荷



(a) 電圧をかけない場合 (b) 電圧をかけた場合

Figure: ミリカンの油滴実験装置

電子の電荷 $-1.602176565(35) \times 10^{-19} \text{C}$

電子の波動性

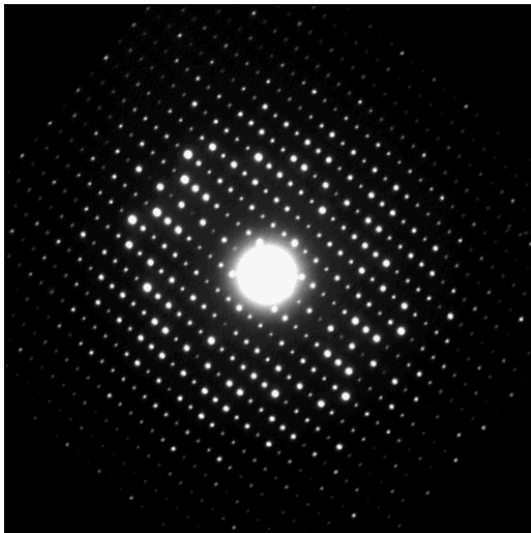


Figure: 酸化タンタルの電子線回折

電子の波動性

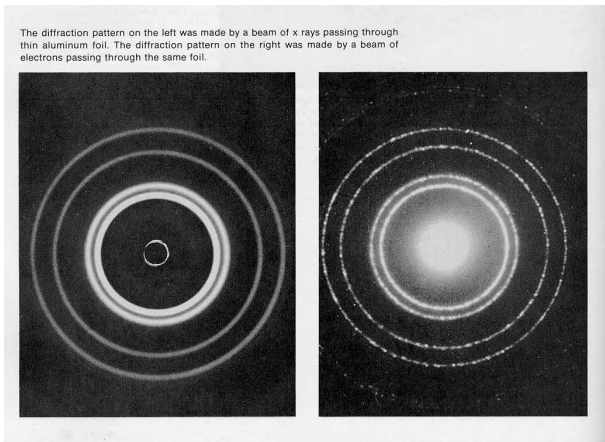


Figure: 左 X 線による回折像，右 電子線による回折像 (アルミニウム薄膜)

電子の波動性: ドブロイ波

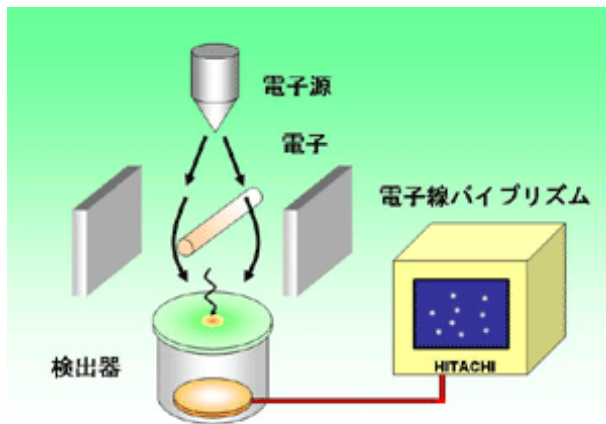
ドブロイは, 光子 (photon) との類推から, 運動量 p の電子は, 波長

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (13)$$

の波動として振る舞うと提案した.
電子の回折など定量的に説明

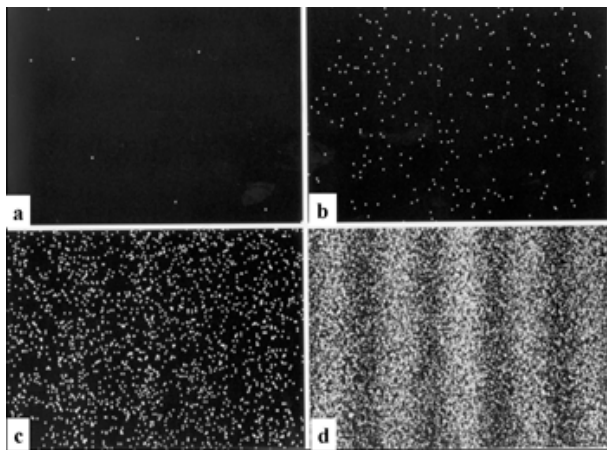
電子の波動性

二重スリットの実験（外村 彰）



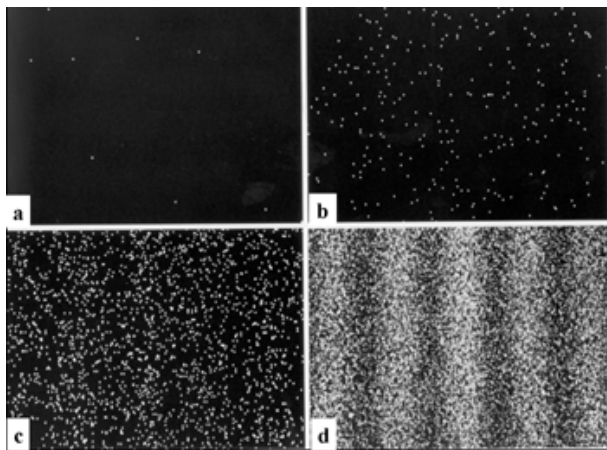
中央に細い糸状の電極、その両側に二枚の平行な金属板
系の太さは1ミクロン(千分の一ミリ)以下

電子の波動性



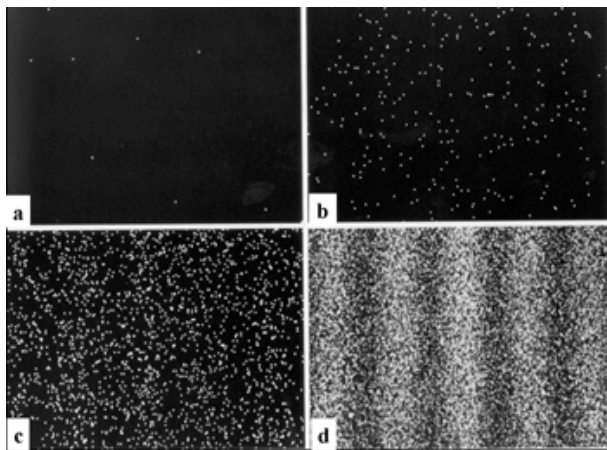
1. 実験開始直後から，明るい輝点（電子），電子が輝点として一個一個検出

電子の波動性



1. 実験開始直後から，明るい輝点（電子），電子が輝点として一個一個検出
2. 初めはランダムなように見える．

電子の波動性



1. 実験開始直後から，明るい輝点（電子），電子が輝点として一個一個検出
2. 初めはランダムなように見える．
3. 十分時間が経って大量の電子が積算されると，干渉縞

電子の波動性

電子の2重スリット実験の動画

電子の波動性

二重スリットの実験（外村 彰） 補足

1. 電子源：冷陰極電界放出電子銃
熱電子銃 (1800K) に比べ，電子のエネルギーのばらつきが小さく (2eV 対 0.2 eV), 光源サイズも小さい ($10\mu\text{m}$ 対 10 nm)
→ コヒーレンス (干渉性) が良い。
2. 加速電圧：5 万ボルト (50keV)
電子の速度は光速の約 40% (相対論的補正)
3. 長さ 1 メートルの電子顕微鏡の中を、1 億分の 1 秒で電子が通過
4. 放出される電子は毎秒 10 個程度
5. 電子同士の相互作用は無い。

中性子の波動性

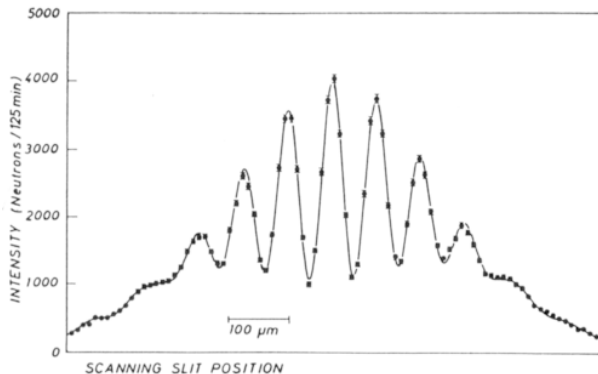


Figure: A double-slit interference pattern made with neutrons.

中性子の波動性

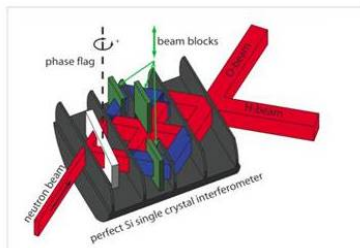


Figure 1

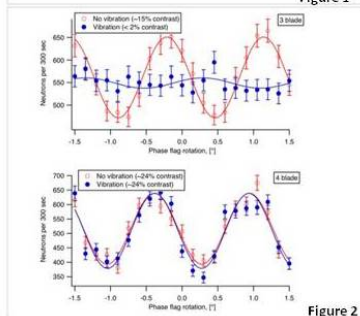
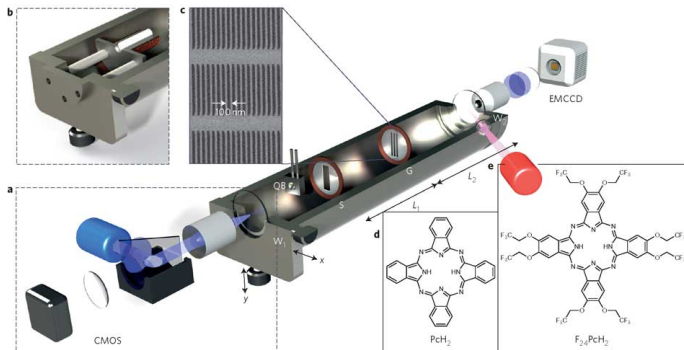


Figure 2

分子の波動性 C60

分子の波動性 フタロシアニン



分子の波動性 フタロシアニン

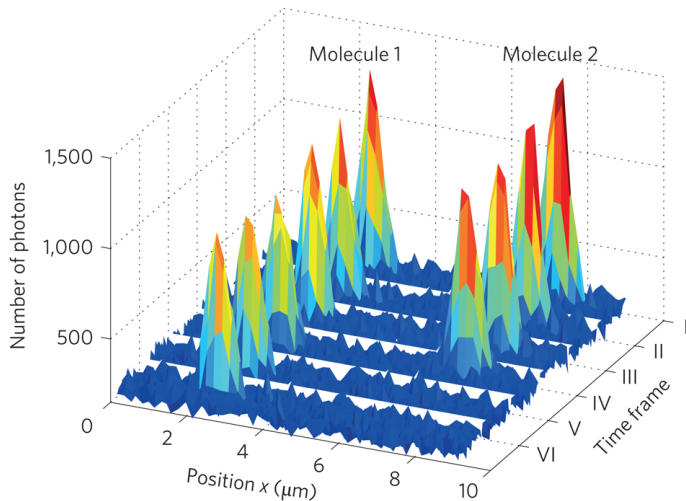


Figure:

分子の波動性 フタロシアニン

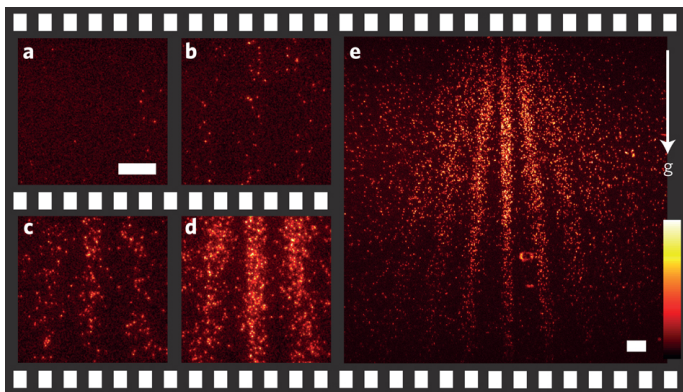


Figure:

分子の波動性 フタロシアニン

