

# 数値計算法概論：No.7

## 1 数値積分 (周期関数)

No.5 の課題で、(6) 式のもは端点に特異性を持つ (微係数が発散する) ので収束性が遅い。こういった問題には (Aitken 加速 [1, 2] など) 別のテクニックが必要となる。

逆にある場合には台形則の収束性が極めて早くなる。解析的な周期関数  $f(x)$  の 1 周期  $[a, b]$  に渡る積分を台形則で計算した時の誤差は、 $f^{(m)}(a) = f^{(m)}(b)$  (すべての  $m$  に対して) であるから、Euler-Maclaurin の総和公式で、 $O(h^m)$  の形の誤差はなくなり、収束が極めて早くなる (ただし  $\exp(-c/h)$  のような振舞いをする誤差は残り得る) [3]。従って、収束加速法が特に必要なくなる (また、Richardson 補外の単純な応用では扱えない)。

課題：

1.

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + p \cos \theta} \quad (0 < p < 1) \quad (1)$$

を計算せよ。解析的には留数定理の応用 [4] で計算できる。

2.

$$J_n(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(nx - z \sin x) dx \quad (2)$$

(Bessel 関数 [5]) を計算して、収束性を評価して見よ。注：gnuplot に  $J_n(z)$  (besj0(x) など) がある。

## 2 一般的注意

### 2.1 レポート提出に付いて

数値積分について、No.5 の課題の中から 2 題以上と、自分で選んだ積分 1 題以上について台形則で計算せよ。収束性について議論し、収束加速法 (Richardson 補外) がうまく行く場合にはこれを使って精度向上を図ってみよ。

余裕があるものは、No.7 の周期関数についても取り組んでみよ。

まず、何の積分を行なったのか方程式を明確に記し、それに対するプログラム (重複するものは省略可) とプログラムの説明及び実行結果、収束性の考察、その他のコメントを付けてレポート No.2 として提出せよ。講義名、名前、学籍番号、提出日時を表紙に明記すること (メールの場合もこの情報含めること)。提出期限は 6 月 18 日まで。コピーレポートはオリジナルも含め認めない。

解析的な考察が出来る場合は書くこと。表・図 (gnuplot などのツールがある) を入れて分かり易く工夫したものは評価する。参考文献なども明記すること。また、コピーレポートは認めないが、互いの議論によりレポートの質が向上した場合は評価するので、議論した部分・参考とした意見と相手の氏名を明記して出すこと。Fortran 以外の言語 (C,C++) を使った場合は、記しておくこと。

提出先は、野村 (理学部 2 号館 2641 号室、内線 2566、e-mail:knomura@stat.phys.kyushu-u.ac.jp)、メールでの提出も認める (この場合は、自分のところにならず Cc: しておくこと、提出洩れがあるかないか後で確認する時に必要。また Subject: には Report No.2 と入れること。余裕があれば文書整形システム latex [6] を使いレポートを作成してみよ。Word,Excel などを使った文書は私の方で読めないの、再送を要求する)。

## 2.2 参考図書

1. 数値計算一般について、  
「数値計算の常識」伊理 正夫、藤野 和健 著、共立出版 (2400 円)  
は一通り数値計算を勉強してから読み直すためになる。
2. レポート作成には、プログラムと実行結果のみではなく、明解かつ論理的な説明をするように努めること。説明順序、文章の構成、適当な数式、図表などに工夫することで、レポートの質が向上する。  
「理科系の作文技術」木下 是雄 著、中公新書 (480 円)  
を参考にすること。

## 参考文献

- [1] 「数値計算の常識」、伊理 正夫、藤野 和建 著、共立出版 (第 20 章 2 節、第 7 章 4 節)
- [2] 「数値計算法の数理」、杉原 正顕、室田 一雄 著、岩波書店 (第 12 章 4 節 2)
- [3] 「数値計算の常識」、伊理 正夫、藤野 和建 著、共立出版 (第 7 章 5 節)
- [4] 「物理応用 数学演習」、後藤 憲一、山本 邦夫、神吉健 共著、共立出版 (第 4 章 5 節)
- [5] 「数学公式集」第 3 巻, 第 VI 編、岩波全書
- [6] 文書処理システム “L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X”, Leslie Lamport 著、倉沢 良一 監訳、アスキー出版社